

2019

PHYSICS — GENERAL

Paper : GE/CC-1

Full Marks : 50

Candidates are required to give their answers in their own words
as far as practicable.

প্রান্তলিখিত সংখ্যাগুলি পূর্ণমান নির্দেশক।

১ নং প্রশ্ন এবং যে-কোনো চারটি প্রশ্নের উত্তর দাও।

- ১। যে-কোনো পাঁচটি প্রশ্নের উত্তর দাও : ২×৫
- (ক) $\nabla \cdot \vec{r}$ -এর মান নির্ণয় করো যেখানে \vec{r} অবস্থান ভেক্টর নির্দেশ করে।
- (খ) ভেক্টর অবকলনের স্টোকস-এর উপপাদ্যটি বিবৃত করো।
- (গ) একটি সংরক্ষী বলক্ষেত্রে একটি গতিশীল কণার স্থিতিশক্তি $V(x, y) = kx^2y$, যেখানে k একটি ধ্রুবক। কণাটির উপর ক্রিয়ারত বলটি নির্ণয় করো।
- (ঘ) একটি কণার কৌণিক ভরবেগ $\vec{L} = 3t^2\hat{i} - t\hat{j} + 4k$ kg-m²/s. $t = 2$ sec সময়ে কণাটির উপর ক্রিয়ারত টর্কটি নির্ণয় করো।
- (ঙ) কোনো তরলের পৃষ্ঠটান তাপমাত্রার সাথে কেমন ভাবে পরিবর্তিত হয়?
- (চ) পয়সনের অনুপাত কী? ইহার তাত্ত্বিক সীমামানগুলি কী?
- ২। (ক) $\vec{A} = \hat{i}y^2z + \hat{j}xz - \hat{k}y^2$ হলে দেখাও যে $\nabla \cdot \vec{A} = 0$ ।
- (খ) যে-কোনো স্কেলার অপেক্ষক $\phi(x, y, z)$ -এর জন্য দেখাও যে $\nabla \times \nabla \phi = 0$ ।
- (গ) একটি ভেক্টর অপেক্ষক $\vec{A} = x^2\hat{i} + (xy + y^2)\hat{j}$ -এর (0, 0, 0) হতে (3, 0, 0) বিন্দুতে সরলরেখা বরাবর রৈখিক সমাকল নির্ণয় করো। ৩+৩+৪
- ৩। (ক) দেখাও যে x - y তলে $\vec{A} = -y\hat{i} + x\hat{j}$ ভেক্টরটির কোনো নিরবিচ্ছিন্ন বন্ধরেখা-সমাকলের মান ওই বন্ধরেখা দিয়ে সীমাবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের দ্বিগুণ।
- (খ) রৈখিক ভরবেগের সংরক্ষণ সূত্রটি বিবৃত করো।
- (গ) m ভরের একটি কণার অবস্থান ভেক্টর $\vec{r} = a \cos \omega t\hat{i} + b \sin \omega t\hat{j}$, যেখানে a, b এবং ω ধ্রুবক। যে-কোনো সময়ে কণাটির রৈখিক এবং কৌণিক ভরবেগ নির্ণয় করো। কণাটির উপর ক্রিয়ারত বলটিও বের করো। ৪+২+(১+২+১)

Please Turn Over

- ৪। (ক) দেখাও যে কেন্দ্রীয় বলের অধীনে গতি সমতলে হয়।
 (খ) কেপলারের সূত্রগুলি লেখো।
 (গ) ভূসমলয় কক্ষপথ কী? পৃথিবীপৃষ্ঠ থেকে ভূসমলয় কক্ষপথের উচ্চতা নির্ণয় করো। ধরে নাও কক্ষপথটি বৃত্তাকার এবং পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6400 km। ৩+৩+(১+৩)
- ৫। (ক) দেখাও যে $x = 3\cos 100\pi t + 4\sin 100\pi t$ (যেখানে x cm এবং t sec. এককে) সমীকরণ দ্বারা প্রকাশিত কোনো কণার গতি সরল দোলগতি প্রকৃতির। দোলনের বিস্তার ও কম্পাঙ্ক কত?
 (খ) কোনো কণার উপর এর সরণের সমানুপাতিক একটি প্রত্যাশায়ক বল, বেগের সমানুপাতিক একটি মন্দন বল এবং একটি পর্যাবৃত্ত বল ক্রিয়ায়। কণাটির গতি সমীকরণটি লেখো।
 (গ) 'm' ভরের একটি বস্তুকণা 'A' বিজ্ঞার এবং 'ω' কৌণিক কম্পাঙ্কে সরল দোলগতি সম্পন্ন করেছে। এর মোট শক্তি নির্ণয় করো। (২+২)+২+৪
- ৬। (ক) কোনো অক্ষের সাপেক্ষে ঘূর্ণায়মান কোনো বস্তুর গতিশক্তির রাশিমালা নির্ণয় করো।
 (খ) ভর অপরিবর্তিত রেখে পৃথিবীর ব্যাসার্ধ হঠাৎ সংকুচিত হয়ে বর্তমান মানের $\frac{1}{4}$ অংশ হলে দিনের দৈর্ঘ্যের কেমন পরিবর্তন হবে?
 (গ) $Y = 2\eta(1 + \sigma)$ সম্পর্কটি প্রতিষ্ঠা করো, যেখানে চিহ্নগুলি প্রচলিত অর্থে ব্যবহৃত হয়েছে। ৩+৩+৪
- ৭। (ক) একটি তারের প্রসারণের জন্য প্রতি একক আয়তনে কৃতকার্যের মান দেখাও যে $\frac{1}{2} \times$ অনুদৈর্ঘ্য পীড়ন \times অনুদৈর্ঘ্য বিকৃতির সমান।
 (খ) একটি গোলাকার সাবান বুদবুদের ভিতর অতিরিক্ত চাপের রাশিমালা উৎপাদন করো।
 (গ) দুটি একই দৈর্ঘ্যের কৈশিক নলের প্রস্থচ্ছেদের ব্যাসার্ধের অনুপাত 2 : 1 এবং তাদের দুই প্রান্তের চাপের পার্থক্যের অনুপাত 1 : 2 হলে, নলগুলির ভিতর দিয়ে যে হারে তরল প্রবাহিত হয় তার মানগুলি তুলনা করো। ৩+৪+৩

[English Version]

The figures in the margin indicate full marks.

Answer question no. 1 and any four questions from the rest.

1. Answer any five questions :

2×5

- (a) Find $\nabla \cdot \vec{r}$ where \vec{r} is the position vector.
 (b) State Stoke's theorem of vector calculus.
 (c) The potential energy of a particle moving in a conservative force field is $V(x, y) = kx^2y$, where k is a constant. Determine the force acting on the particle.

- (d) The angular momentum of a particle is $\vec{L} = 3t^2\hat{i} - t\hat{j} + 4\hat{k}$ kg-m²/s. Find the torque acting on the particle at $t = 2$ sec.
- (e) How does the surface tension of a liquid vary with temperature?
- (f) What is Poisson's ratio? What are its theoretical limiting values?
2. (a) Prove that $\vec{\nabla} \cdot \vec{A} = 0$, where $\vec{A} = \hat{i}y^2z + \hat{j}xz - \hat{k}y^2$.
- (b) For any scalar function $\phi(x, y, z)$, prove that $\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \phi = 0$.
- (c) Find the line integral of the vector function $\vec{A} = x^2\hat{i} + (xy + y^2)\hat{j}$ along a straight path from (0, 0, 0) to (3, 0, 0). 3+3+4
3. (a) Show that the continuous closed line integral for the vector $\vec{A} = -y\hat{i} + x\hat{j}$ in x - y plane is equal to twice the area enclosed by the curve.
- (b) State the law of conservation of linear momentum.
- (c) Position vector of a particle of mass m is given by $\vec{r} = a \cos \omega t \hat{i} + b \sin \omega t \hat{j}$ where a , b and ω are constants. Calculate the linear and angular momenta of the particle at any instant. Also calculate the force acting on the particle. 4+2+(1+2+1)
4. (a) Show that the motion under central force occurs in a plane.
- (b) State Kepler's Laws.
- (c) What is geosynchronous orbit? Calculate the height of geosynchronous orbit from earth surface. You may assume the orbit to be circular and the radius of the earth is 6400 km. 3+3+(1+3)
5. (a) Show that the motion of a particle represented by the equation $x = 3\cos 100\pi t + 4\sin 100\pi t$ (x is in cm and t is in sec.) is simple harmonic. What is the amplitude and frequency of oscillation?
- (b) Write down the equation of motion of a particle acted upon by a restoring force proportional to its displacement, a damping force proportional to its velocity and a periodic force.
- (c) Calculate the total energy associated with a particle of mass m undergoing simple harmonic motion with amplitude A and angular frequency ω . (2+2)+2+4
6. (a) Derive an expression for the Kinetic energy of a body rotating about an axis.
- (b) The radius of earth is suddenly contracted to $\frac{1}{4}$ th of its present value with its mass unchanged. How will the duration of a day change?
- (c) Establish the relation $Y = 2\eta(1 + \sigma)$, where the symbols have their usual meanings. 3+3+4

Please Turn Over

7. (a) Show that the work done per unit volume in stretching a wire is equal to

$$\frac{1}{2} \times \text{longitudinal stress} \times \text{longitudinal strain.}$$

- (b) Derive an expression for the excess pressure inside a spherical soap bubble.
- (c) The ratio of the radii of cross-section of two capillary tubes of equal length is 2 : 1 and the ratio of the pressure differences between the two ends is 1 : 2. Calculate the ratio of the rate of flow of a liquid flowing through the tubes. 3+4+3
-