2023

MATHEMATICS — GENERAL

Paper : GE/CC-3

Full Marks : 65

Candidates are required to give their answers in their own words as far as practicable.

প্রান্তলিখিত সংখ্যাগুলি পূর্ণমান নির্দেশক।

১। নিম্নলিখিত প্রশ্নগুলির উত্তর দাও ঃ ১×১০

(ক) $\int_0^{\pi} f(\sin x)dx$ -এর সমতুল্য সমাকলটি হল ঃ

(অ) $2\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x)dx$ (আ) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x)dx$

(ই) $2\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\cos x)dx$ (ঈ) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\cos x)dx$ ।

MURALIDHAR GIRLS' COLLEGE
LIBRARY

(খ) $\int_0^{1} x^4(1-x)^3 dx$ -এর মান হল

(অ) $\frac{1}{280}$ (আ) $\frac{1}{180}$

(ই) $\frac{1}{380}$ (ঈ) $\frac{1}{80}$ ।

(গ) সমাকল $\int_1^{\infty} \frac{dx}{x}$

(অ) অভিসারী (আ) অপসারী

(ই) দোদুল্যমান (ঈ) এদের কোনোটিই নয়।

(ঘ) চার দশমিক স্থান পর্যন্ত 2.00651 সংখ্যাটির আসন্নমান হবে

(অ) 2.0066 (আ) 2.0065

(ই) 2.0064 (ঈ) এদের কোনোটিই নয়।

(ঙ) যদি $f(x) = ax$ হয়, তবে $(E + E^{-1})f(x)$ হল

(অ) $2f(x)$ (আ) $3f(x)$

(ই) $4f(x)$ (ঈ) এদের কোনোটিই নয়।

(চ) যদি $f(0) = 1.76, f(1) = 4.24$ হয়, তবে Trapezoidal rule দ্বারা $\int_0^1 f(x)dx$ -এর আসন্নমান হবে

(অ) 6 (আ) 3

(ই) 3.12 (ঈ) 3.98।

(ছ) যদি X_1 এবং X_2 দুটি convex sets হয়, তবে

(অ) $X_1 \cup X_2$ একটি convex set (আ) $X_1 \cap X_2$ একটি convex set

(ই) $X_1 - X_2$ একটি convex set (ঈ) এদের কোনোটিই নয়।

(জ) একটি পরিবহন সমস্যার প্রতিটি cost-এর সঙ্গে যদি একটি ধনাত্মক ধ্রুবক যোগ করা হয়, তবে সমস্যাটির optimal সমাধান

(অ) অপরিবর্তিত থাকে (আ) বৃদ্ধি পায়

(ই) অস্তিত্ব নেই (ঈ) এদের কোনোটিই নয়।

(ঝ) নিম্নের সমীকরণগুলির Basic solution-এর সংখ্যা হবে ঃ

$$4x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 8x_4 = 6$$
$$3x_1 + 5x_2 + 4x_3 - 6x_4 = 8$$

(অ) 3 (আ) 4

(ই) 5 (ঈ) 2।

(ঞ) কোনো $(n \times n)$ আরোপ সমস্যা সমাধানের ক্ষেত্রে, সর্বদা মোট আরোপের সংখ্যা হবে

(অ) $n + 1$ (আ) $n - 1$

(ই) n^2 (ঈ) n।

MURALIDHAR GIRLS COLLEGE
LIBRARY

ইউনিট - ১

(সমাকলন বিদ্যা)

২। *যে-কোনো তিনটি* প্রশ্নের উত্তর দাও ঃ

(ক) Beta function এবং Gamma function-এর মধ্যেকার সম্পর্ক বর্ণনা করো এবং এটি ব্যবহার করে দেখাও

$$\int_0^1 x^{\frac{3}{2}}(1-x)^{\frac{3}{2}}dx = \frac{3}{128}\pi \quad ।$$ ১+৪

(খ) মান নির্ণয় করো ঃ $\int_0^1\int_0^2 \left(x^2+2y\right)dxdy$ । ৫

(গ) যদি $I_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x^n \sin x\,dx (n>1)$ হয়, তবে দেখাও যে $I_n + n(n-1)I_{n-2} = n\left(\frac{\pi}{2}\right)^{n-1}$ । ৫

(ঘ) দেখাও যে, $\lim_{n\to\infty}\left[\frac{n}{n^2+1^2}+\frac{n}{n^2+2^2}+\ldots+\frac{1}{2n}\right]=\frac{\pi}{4}$ । ৫

MURALIDHAR GIRLS' COLLEGE
LIBRARY

(ঙ) $\int_1^\infty \frac{dx}{x\sqrt{1+x^2}}$ সমাকলটির convergence পরীক্ষা করো। ৫

ইউনিট - ২

(সাংখ্যিক পদ্ধতি)

৩। *যে-কোনো চারটি* প্রশ্নের উত্তর দাও ঃ

(ক) (অ) যদি $f(-1)=1, f(0)=-1, f(2)=-5$ হয়, তবে $f(1)$-এর মান নির্ণয় করো।

(আ) প্রমাণ করো ঃ $E^{-1}(f(x)) = (I-\nabla)f(x)$। ৩+২

(খ) নিউটনের পশ্চাদসারি অন্তঃমান নির্ণয়ের সূত্রের সাহায্যে নিম্নলিখিত সারণি থেকে $f(x)$-এর মান নির্ণয় করো, যখন $x = 0.39$ ঃ

x	0.30	0.32	0.34	0.36	0.38	0.40
$f(x)$	1.7596	1.7698	1.7804	1.7912	1.8024	1.8139

৫

(গ) Simpson-এর $\frac{1}{3}$ নিয়মে $n = 8$ নিয়ে $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{\sin x}\, dx$ -এর আসন্নমান পাঁচটি সার্থক অঙ্ক পর্যন্ত নির্ণয় করো। ৫

(ঘ) নিউটন-র‍্যাফসন পদ্ধতির দ্বারা $10^x + x - 4 = 0$ সমীকরণটির চার দশমিক স্থান পর্যন্ত একটি ধনাত্মক বীজের মান নির্ণয় করো। ৫

(ঙ) সমদ্বিখণ্ডন সূত্র প্রয়োগ করে $e^x = 4 \sin x$ সমীকরণটির তিন দশমিক স্থান পর্যন্ত নির্ভুল ক্ষুদ্রতম ধনাত্মক বীজের মান নির্ণয় করো। ৫

(চ) প্রদত্ত ছক থেকে Lagrange's পদ্ধতিতে বহুপদ রাশিমালা নির্ণয় করো ঃ ৫

x	0	3	7	10
y	1	31	351	1011

(ছ) প্রদত্ত সারণিভুক্ত অনুপস্থিত সংখ্যাটি নির্ণয় করো ঃ ৫

x	0	1	2	3	4
$f(x)$	1	3	9	–	81

MURALIDHAR GIRLS' COLLEGE
LIBRARY

ইউনিট - ৩

(রৈখিক প্রোগ্রামিং)

৪। *যে-কোনো চারটি* প্রশ্নের উত্তর দাও ঃ

(ক) উত্তল সেট-এর সংজ্ঞা দাও। দেখাও যে, E^2-তে $X = \{(x_1, x_2) | x_2^2 \geq 4x_1\}$ একটি উত্তল সেট নয়। ১+৪

(খ) নিম্নের প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়ের সকল প্রাথমিক সমাধানগুলি নির্ণয় করো ঃ ৫

$$2x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 10$$
$$10x_1 + 3x_2 + 7x_3 = 33$$

(গ) খাদ্য X-এ প্রতি গ্রামে 6 একক ভিটামিন A এবং 7 একক ভিটামিন B আছে, এবং তার মূল্য 12 পয়সা প্রতি গ্রাম। খাদ্য Y-এ প্রতি গ্রামে 8 একক ভিটামিন A এবং 12 একক ভিটামিন B আছে, এবং তার মূল্য প্রতি গ্রাম 20 পয়সা। ভিটামিন A এবং ভিটামিন B-এর প্রাত্যহিক চাহিদা যথাক্রমে অন্তত 100 এবং 120 একক। একটি রৈখিক প্রোগ্রামবিধি সমস্যা রচনা করো, যাতে সর্বনিম্ন খরচ নির্ণয় করা যায়। ৫

(ঘ) লেখচিত্রের সাহায্যে নিম্নলিখিত রৈখিক প্রোগ্রাম সমস্যাটির সমাধান করো ঃ ৫

অবম $z = 3x_1 + 2x_2$

যেখানে $5x_1 + x_2 \geq 10$

$x_1 + x_2 \geq 6$

$x_1 + 4x_2 \geq 12$

$x_1, x_2 \geq 0$

(ঙ) Big M পদ্ধতির সাহায্যে নিম্নলিখিত রৈখিক সমস্যাটির সমাধান করো ঃ ৫

চরম $z = 2x_1 + x_2 + 3x_3$

যেখানে $x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 5$

$2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 12$

$x_1, x_2, x_3 \geq 0$

MURALIDHAR GIRLS' COLLEGE
LIBRARY

(চ) নীচের পরিবহন সমস্যাটি VAM পদ্ধতিতে সমাধান করো ঃ ৫

	D_1	D_2	D_3	D_4	a_i
O_1	15	28	13	21	18
O_2	22	15	19	14	14
O_3	16	12	14	31	13
O_4	24	23	15	30	20
b_j	16	15	10	24	

(ছ) নিম্নলিখিত cost matrix-এর আরোপ সমস্যাটি (assignment problem) সমাধান করো এবং optimal cost নির্ণয় করো। ৫

	I	II	III	IV
A	18	26	17	11
B	13	28	14	26
C	38	19	18	15
D	19	26	24	10

[English Version]

The figures in the margin indicate full marks.

1. Answer the following questions : 1×10

(a) The integral $\int_0^{\pi} f(\sin x)dx$ is equivalent to

(i) $2\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x)dx$ (ii) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x)dx$

(iii) $2\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\cos x)dx$ (iv) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\cos x)dx$.

MURALIDHAR GIRLS' COLLEGE
LIBRARY

(b) The value of $\int_0^1 x^4(1-x)^3 dx$ is

(i) $\frac{1}{280}$ (ii) $\frac{1}{180}$

(iii) $\frac{1}{380}$ (iv) $\frac{1}{80}$.

(c) $\int_1^{\infty} \frac{dx}{x}$ is

(i) convergent (ii) divergent

(iii) oscillatory (iv) None of these.

(d) Four decimal places in the number 2.00651 is

(i) 2.0066 (ii) 2.0065

(iii) 2.0064 (iv) None of these.

(e) If $f(x) = ax$, then $(E + E^{-1})f(x)$ is

(i) $2f(x)$ (ii) $3f(x)$

(iii) $4f(x)$ (iv) None of these.

(f) Let $f(0) = 1.76$, $f(1) = 4.24$, then the Trapezoidal rule gives approximate value of $\int_0^1 f(x)dx$ as

(i) 6 (ii) 3

(iii) 3.12 (iv) 3.98.

(g) If X_1 and X_2 be two convex sets, then

MURALIDHAR GIRLS COLLEGE
LIBRARY

(i) $X_1 \cup X_2$ is also a convex set

(ii) $X_1 \cap X_2$ is also a convex set

(iii) $X_1 - X_2$ is also a convex set

(iv) None of the above.

(h) If each cost of a transportation problem be added by a positive constant, then the optimal solution of the problem

(i) remains unchanged (ii) is increased

(iii) does not exist (iv) None of these.

(i) Number of Basic solutions of two linear simultaneous equations :

$$4x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 8x_4 = 6$$
$$3x_1 + 5x_2 + 4x_3 - 6x_4 = 8$$

are

(i) 3 (ii) 4

(iii) 5 (iv) 2.

(j) The total number of assignments in an $(n \times n)$ Assignment problem is always

(i) $n + 1$ (ii) $n - 1$

(iii) n^2 (iv) n.

Unit - 1

(Integral Calculus)

2. Answer ***any three*** questions :

(a) State the relation between Beta function and Gamma function and by using it show that

$$\int_0^1 x^{\frac{3}{2}}(1-x)^{\frac{3}{2}}dx = \frac{3}{128}\pi.$$ 1+4

(b) Evaluate : $\int_0^1 \int_0^2 \left(x^2 + 2y\right) dx dy$. 5

(c) If $I_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x^n \sin x \, dx (n > 1)$, then show that $I_n + n(n-1)I_{n-2} = n\left(\frac{\pi}{2}\right)^{n-1}$. 5

(d) Show that $\lim_{n\to\infty}\left[\frac{n}{n^2+1^2} + \frac{n}{n^2+2^2} + \ldots + \frac{1}{2n}\right] = \frac{\pi}{4}$. 5

(e) Test the convergence of the integral $\int_1^\infty \frac{dx}{x\sqrt{1+x^2}}$. 5

MURALIDHAR GIRLS' COLLEGE LIBRARY

Unit - 2

(Numerical Methods)

3. Answer ***any four*** questions :

(a) (i) Given $f(-1) = 1$, $f(0) = -1$, $f(2) = -5$. Find $f(1)$.

(ii) Prove that $E^{-1}(f(x)) = (I - \nabla)f(x)$. 3+2

(b) Use Newton's Backward Interpolation Formula to find the value of $f(x)$ when $x = 0.39$ from the following table : 5

x	0.30	0.32	0.34	0.36	0.38	0.40
$f(x)$	1.7596	1.7698	1.7804	1.7912	1.8024	1.8139

(c) Find the value of $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{\sin x} \, dx$, taking $n = 8$, correct to five significant figures by using Simpson's $\frac{1}{3}$rd rule. 5

(d) Find a positive root of $10^x + x - 4 = 0$, by Newton-Raphson method correct up to four decimal places. 5

(e) Find the smallest positive root of the equation $e^x = 4 \sin x$ correct to three decimal places by bisection method. 5

(f) Use Lagrange's method to find a polynomial satisfying the given data : 5

x	0	3	7	10
y	1	31	351	1011

(g) Find the missing term in the following table : 5

x	0	1	2	3	4
$f(x)$	1	3	9	–	81

MURALIDHAR GIRLS' COLLEGE LIBRARY

Unit - 3

(Linear Programming)

4. Answer ***any four*** questions :

(a) Define convex set. Prove that in E^2, the set $X = \{(x_1, x_2) | x_2^2 \geq 4x_1\}$ is not a convex set. 1+4

(b) Find all basic solutions of the following set of equations : 5

$$2x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 10$$
$$10x_1 + 3x_2 + 7x_3 = 33$$

(c) Food X contains 6 units of vitamin A per gram and 7 units of vitamin B per gram and cost 12 paise per gram. Food Y contains 8 units of vitamin A per gram and 12 units of vitamin B per gram and cost 20 paise per gram. The daily minimum requirement of vitamin A and B are 100 units and 120 units respectively. In finding the minimum cost of product mix, formulate the problem as a linear programming problem. 5

(d) Use the graphical method to solve the following Linear Programming problem : 5

Minimize $z = 3x_1 + 2x_2$

subject to $5x_1 + x_2 \geq 10$

$x_1 + x_2 \geq 6$

$x_1 + 4x_2 \geq 12$

$x_1, x_2 \geq 0$

(e) Use Big M method to solve the following Linear Programming problem : 5

Maximize $z = 2x_1 + x_2 + 3x_3$

subject to $x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 5$

$2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 12$

$x_1, x_2, x_3 \geq 0$

(f) Solve the following Transportation Problem by VAM method : 5

	D_1	D_2	D_3	D_4	a_i
O_1	15	28	13	21	18
O_2	22	15	19	14	14
O_3	16	12	14	31	13
O_4	24	23	15	30	20
b_j	16	15	10	24	

(g) Solve the assignment problem with the following cost matrix and find the optimal cost. 5

	I	II	III	IV
A	18	26	17	11
B	13	28	14	26
C	38	19	18	15
D	19	26	24	10

MURALIDHAR GIRLS' COLLEGE
LIBRARY