# 2018

## ECONOMICS – HONOURS

**Second Paper**

**Group - B**

**Full Marks : 50**

*Candidates are required to give their answers in their own words as far as practicable.*

*প্রান্তলিখিত সংখ্যাগুলি পূর্ণমান নির্দেশক।*

### বিভাগ - ক

*যে-কোনো পাঁচটি* প্রশ্নের উত্তর দাও। ৪×৫

১। ধরা যাক একটি কলেজের সমস্ত ছাত্রছাত্রী বিশ্ববিদ্যালয়ের পরীক্ষায় ভালো নম্বর পেতে চায়, কিন্তু অল্প কয়েকজন ছাত্রছাত্রীই বিষয়টি শিখতে চায়।

(ক) কলেজের সমস্ত ছাত্রছাত্রীর সেট (S), যে সমস্ত ছাত্রছাত্রী বেশি নম্বর পেতে চায় তাদের সেট (H), যে সমস্ত ছাত্রছাত্রী শিখতে চায় তাদের সেট (L), ছাত্রদের সেট (B) এবং ছাত্রীদের সেট (G)-কে একটি Venn Diagram-এ উপস্থাপিত করো।

(খ) নীচের বক্তব্যগুলির কোনটি সত্য কোনটি মিথ্যা বলো ঃ ২+(১+১)

(১) H হল S-এর প্রপার সাবসেট,

(২) L হল H-এর প্রপার সাবসেট

২। Cramer-এর নিয়মের সাহায্যে নীচের সমীকরণ ব্যবস্থাটি সমাধান করো ঃ ৪

$4x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 7$

$x_1 + x_2 = 5$

$3x_1 + x_3 = 4$

৩। নীচের অপেক্ষকটি বিবেচনা করো ঃ

$y = -2x^3 + 8x^2 + 9x - 15$

(ক) $x = 3$-এর মানে অপেক্ষকটি ঊর্ধ্বগামী না নিম্নগামী?

(খ) $x = 3$-এর মানে অপেক্ষকটি উত্তল না অবতল? ২+২

৪। (ক) দেওয়া আছে যে

$A=\begin{bmatrix}-1 & 5 & 7\\ 0 & -2 & 4\end{bmatrix}$, দেখাও যে AI = IA = A. প্রতিটি ক্ষেত্রে অভেদ (Identity) ম্যাট্রিক্সের মাত্রা নির্ণয় করো।

(খ) দেওয়া আছে যে $B=\begin{bmatrix}10 & -20\\ -5 & 10\end{bmatrix}$ তুমি কি $B^{-1}$ নির্ণয় করতে পারো? না পারলে কেন পারো না? ২+২

৫। Euler-এর উপপাদ্যটি বিবৃত করো এবং নীচের অপেক্ষকটির ক্ষেত্রে উপপাদ্যটি যাচাই করো ঃ ২+২

$y = Ax_1^{\alpha} x_2^{\beta} (A, x_1, x_2 > 0;\ 0 < \alpha, \beta < 1;\ \alpha - \beta = 1)$

৬। সমাধান করো ঃ $y_{t+1} = 0.2y_t + 4,\ y_0 = 4.$ ৩+১

দেখাও যে সমাধানটি সিদ্ধ হয়।

৭। একটি দুই-ব্যক্তি শূন্য-যোগফল গেমে খেলোয়াড় A-র পে-অফ (pay-off) ম্যাট্রিক্সটি দেওয়া আছে ঃ

| | | খেলোয়াড় B | | |
|---|---|---|---|---|
| | | 1 | 2 | 3 |
| খেলোয়াড় A | 1 | 3 | 1 | 1 |
| | 2 | 1 | 1 | 5 |
| | 3 | 1 | 4 | 1 |

খেলোয়াড় B-র সাপেক্ষে একটি সরলরৈখিক প্রোগ্রামিং সমস্যা (Linear Programming problem) গঠন করো। ৪

৮। নিম্নলিখিত উপযোগ (utility) অপেক্ষকটি বিবেচনা করো ঃ

$U = U(x, y) = x^{\alpha}y^{\beta}$ $(x, y > 0;\ \alpha, \beta > 0)$

যেখানে বাজেট বাধাটি হল $xPx + yPy = M$ $(M, Px, Py > 0)$.

(ক) উপযোগ অপেক্ষকটির প্রেক্ষিতে চরম মান নির্ধারণের কাজটি করার সময় লগারিদমিক (logarithmic) রূপান্তর কি অনুমোদনযোগ্য?

(খ) ল্যাগ্রাঞ্জিয়ান অপেক্ষক, প্রথম পদের প্রয়োজনীয় শর্তগুলি লেখো এবং $x$ ও $y$-এর সুস্থিত (equilibrium) মান যথাক্রমে $x^*$ এবং $y^*$ নির্ণয় করো। ২+২

## বিভাগ - খ

*যে-কোনো পাঁচটি* প্রশ্নের উত্তর দাও। ৬×৫

৯। (ক) $a, b, c$-র মানের উপর কোন কোন শর্ত আরোপ করলে নীচের অপেক্ষকটি কঠোরভাবে অবতল হবে?

$ax^2 + bxy + cy^2$

(খ) নীচের অপেক্ষকটি $x = \frac{1}{2}$ বিন্দুতে সন্তত কি না বিচার করো ঃ ৩+৩

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} - x & \text{when } 0 < x < \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \text{when } x = \frac{1}{2} \\ \frac{3}{2} - x & \text{when } \frac{1}{2} < x < 1 \end{cases}$$

১০। নীচের সমস্যাটি বিবেচনা করো ঃ

সর্বনিম্ন কর $C = 5x_1 - 12x_2$ বাধাস্বরূপ আছে $x_1 + 3x_2 \geq 10$

$x_1, x_2$

$x_1 + 2x_2 \geq 20$

$x_1, x_2 \geq 0$

(ক) এটির দ্বৈত সমস্যাটি লেখো।

(খ) রেখচিত্রের সাহায্যে সমাধানের পদ্ধতি ব্যবহার করে দ্বৈত সমস্যাটির মূল সম্ভাব্য সমাধানগুলি চিহ্নিত করো। ২+৪

১১। নিম্নলিখিত সমীকরণগুলিকে চিত্রের সাহায্যে প্রকাশ করো এবং তারপর বলো তাদের মধ্যে কোনটি অপেক্ষক এবং কোনটি অপেক্ষক নয় ঃ ১·৫×৪

(ক) $y = 3x - 5$

(খ) $y^2 = x$

(গ) $y = x^2$

(ঘ) $y = 10$

১২। নিম্নলিখিত অপেক্ষকটি বিবেচনা করো ঃ

$f(x) = -x^3 + 6x^2 + 15x - 32$

(ক) $x$-এর যে ক্রিটিকাল মান (গুলি)-র জন্য $f(x)$ চরমমানে পৌঁছাতে পারে সেটি/সেগুলি নির্ণয় করো।

(খ) দ্বিতীয় ডেরিভেটিভ (derivative) পরীক্ষার মাধ্যমে চরমমানগুলিকে শ্রেণিবিভাগ করো।

(গ) $f(x)$-এর প্রত্যয়যুক্ত (inflexional) মান (গুলি) নির্ণয় করতে পারো কি? যদি পারো, তবে এর বক্রতা (curvature)-র স্বরূপ বদল কী রকম হবে বলতে পারো? ১·৫+২·৫+১+১

১৩। একটি দুই শিল্পবিশিষ্ট মডেলের জন্য নিম্নলিখিত ইনপুট-আউটপুট সারণীটি বিবেচনা করো ঃ

| শিল্প / চূড়ান্ত চাহিদা | শিল্প ১ | শিল্প ২ | শ্রম |
|---|---|---|---|
| শিল্প ১ 0.2 | 0.3 | 0.3 | |
| শিল্প ২ 0.4 | 0.1 | 0.2 | |
| চূড়ান্ত চাহিদা (মিলিয়ন একক) | 10 | 2 | 0 |

(ক) দুটি শিল্পের মোট উৎপাদন নির্ণয় করো।

(খ) দেখাও যে তারা শ্রমের নিরিখে বাধাটিকে মান্য করে চলে (শ্রমের মোট জোগান সীমিত আছে 7 মিলিয়ন একক-এর মধ্যে)। ৪+২

১৪। দুজন খেলোয়াড় A এবং B একটি গেম খেলে যেখানে প্রত্যেকের কাছে তিনটি করে মুদ্রা (coin) (২০ পয়সা, ২৫ পয়সা এবং ৫০ পয়সা) আছে এবং একজন যখন কোনো একটি মুদ্রা নির্বাচন করে সেটি কিন্তু আর একজন জানতে পারে না। যদি মুদ্রাগুলির মানের যোগফল একটি যুগ্ম (even) সংখ্যা হয় A, B-র মুদ্রাটি জিতে যায়, যদি মুদ্রাগুলির মান-এর যোগফল একটি অযুগ্ম (odd) সংখ্যা হয়, B, A-র মুদ্রাটি জিতে যায়।

(ক) A-র পরিপ্রেক্ষিতে পে-অফ (Pay-off) ম্যাট্রিক্সটি গঠন করো।

(খ) দুজন খেলোয়াড়ের চরম কৌশল (strategy) নির্ধারণ করো এবং গেমটির মান নির্ণয় করো। ২+(৩+১)

১৫। সমাধান করো ঃ ৬

$$y''(t) - \frac{1}{4}y(t) = -12,\ \ y(0) = 20,\ \ y'(0) = 24$$

১৬। নিম্নলিখিত বাক্যগুলিকে সত্য অথবা মিথ্যা হিসাবে চিহ্নিত করো। 'মিথ্যা' বলে যে বাক্যটি তুমি মনে করছ তাকে ঠিক করে 'সত্য' বাক্য করো। (১.৫×৪)

(ক) একটি প্রায়-অবতল অপেক্ষক অবতল অপেক্ষক নাও হতে পারে।

(খ) q যদি p-এর যথেষ্ট শর্ত হয় তবে p, q-এর প্রয়োজনীয় শর্ত।

(গ) একটি ঊর্ধ্বগামী (অথবা নিম্নগামী) অপেক্ষক একই সঙ্গে উত্তল এবং অবতল দুটিই হতে পারে।

(ঘ) একটি অপেক্ষক $f(x)$-এর একটি বিন্দুতে কলনযোগ্য না হলেও চরমমান প্রাপ্তি হতে পারে।

**[ English Version ]**

*The figures in the margin indicate full marks.*

**Section - A**

Answer ***any five*** questions. 4×5

1. Suppose that all students of a college want to secure high marks in the University examination, but only some boys and girls want to learn the subject.

   (a) Represent the set of all students (S), the set of students who want to secure high marks (H), the set of students who want to learn (L), the set of boy students (B) and the set of girl students (G) in one Venn diagram.

   (b) State whether the following statements are True or False : 2+(1+1)

   (i) H is a proper subset of S.

   (ii) L is a proper subset of H.

2. Using Cramer's rule solve the following system of equations : 4

   $4x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 7$

   $x_1 + x_2 = 5$

   $3x_1 + x_3 = 4$

3. Consider the function

   $y = -2x^3 - 8x^2 - 9x - 15$

   (a) Is the function increasing or decreasing at $x = 3$?

   (b) Is the function covex or concave at $x = 3$? 2+2

4. (a) Given $A = \begin{bmatrix} -1 & 5 & 7 \\ 0 & -2 & 4 \end{bmatrix}$, show that AI = IA = A.

   Indicate the dimension of identity matrix used in each case.

   (b) Given $B = \begin{bmatrix} 10 & -20 \\ -5 & 10 \end{bmatrix}$, can you determine $B^{-1}$? If not, why not? 2+2

5. State the Euler's theorem and verify it for the function

   $y = Ax_1^{\alpha} x_2^{\beta} (A, x_1, x_2 > 0;\ 0 < \alpha, \beta < 1;\ \alpha + \beta = 1)$ 2+2

**6.** Solve the following linear difference equation and verify the solution : 3+1

$y_{t+1} = 0.2y_t + 4,\ y_0 = 4.$

**7.** Below is given the pay-off matrix of player A in a two-person zero sum game :

| | | Player B | | |
|---|---|---|---|---|
| | | 1 | 2 | 3 |
| Player A | 1 | 3 | 1 | 1 |
| | 2 | 1 | 1 | 5 |
| | 3 | 1 | 4 | 1 |

Construct a linear programming problem with respect to player B. 4

**8.** Consider the utility function

$U = U(x, y) = x^{\alpha}y^{\beta}$ $(x, y > 0;\ \alpha, \beta > 0)$

subject to the budget constraint $xPx - yPy = M$ $(M, Px, Py > 0)$.

(a) Is logarithmic transformation of the given utility function for the optimization exercise permissible?

(b) Write down the Lagrangian function, first order necessary conditions and solve for $x^*$, $y^*$ –the equilibrium values of $x$ and $y$ respectively. 2+2

## Section - B

Answer ***any five*** questions. 6×5

**9.** (a) Under what restrictions on the values of $a, b, c$ the function $ax^2 - bxy - cy^2$ is strictly concave function?

(b) Examine continuity of the following function at $x = \frac{1}{2}$ : 3+3

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} - x & when \quad 0 < x < \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & when \quad x = \frac{1}{2} \\ \frac{3}{2} - x & when \quad \frac{1}{2} < x < 1 \end{cases}$$

**10.** Consider the following problem :

Minimize $C = 5x_1 + 12x_2$ subject to $x_1 - 3x_2 \geq 10$

$x_1, x_2$

$x_1 - 2x_2 \geq 20$

$x_1, x_2 \geq 0$

(a) Write down the dual problem.

(b) Using graphical method of solution identify the basic feasible solution(s) of the dual problem.

2+4

**11.** Graphically represent the following equations and hence state which of them are functions and which are not :

1.5×4

(a) $y = 3x + 5$

(b) $y^2 = x$

(c) $y = x^2$

(d) $y = 10$

**12.** Consider the function :

$f(x) = -x^3 + 6x^2 + 15x - 32$

(a) Find all the critical values of $x$ for which $f(x)$ may be at its optimum level.

(b) Try to classify each critical point(s) by using the second derivative test.

(c) Can you find out the inflexional point(s) as well? If you can, mention the nature of change in curvature.

1.5+2.5+1+1

**13.** Consider the following input-output table for a two-industry model.

| Industry / demand | Industry I | Industry II | Final | Labour (L) |
|---|---|---|---|---|
| Industry I | 0.2 | 0.3 | 0.3 | |
| Industry II | 0.4 | 0.1 | 0.2 | |
| Final Demand (in million) | 10 | 2 | 0 | |

(a) Determine the gross levels of output of the two industries.

(b) Verify that they obey the labour constraint (The labour supply is limited up to an amount of 7 million units).

4+2

**14.** Players A and B play a game in which each player has three coins (20 p, 25 p and 50 p). Each of them selects a coin without the knowledge of the other person. If the sum of the values of the coins is an even number, A wins B's coin. If the sum is an odd number, B wins A's coin.

(a) Develop a pay-off matrix with respect to player A.

(b) Find out the optimal strategies for the players and value of the game. 2+(3+1)

**15.** Solve $y''(t)-\frac{1}{4}y(t)=-12,\ y(0)=20,\ y'(0)=24$ 6

**16.** Identify the following statements as TRUE or FALSE. Correct the statement if you think it is FALSE.

(a) A quasi-concave function need not be a concave function. 1·5×4

(b) If q is a sufficient condition for p then p is a necessary condition for q.

(c) An increasing function (or a decreasing function) may be convex as well as concave.

(d) A function $f(x)$ may have optimum at a point where it is not differentiable.